



Los Calculadores

José Luis Álvarez García

Departamento de Física, Facultad de Ciencias, UNAM
Universidad Nacional Autónoma de México,
Coyoacán 04510, Ciudad de México, México

josel.alvarezgarcia@gmail.com



Resumen

Galileo Galilei funda la cinemática clásica; la funda en contra de la física aristotélica y este proceso tiene una larga historia. Comienza con las teorías aristotélicas que trataban de explicar el movimiento de los

Figura 1. Galileo Galilei. cuerpos, en particular la caída de los graves y el lanzamiento de proyectiles. Estas explicaciones jamás convencieron a los especialistas y a partir del siglo II a.n.e. aparecen críticas contra las explicaciones aristotélicas. Estas críticas cobran gran importancia y autonomía durante la Edad Media y el Renacimiento y constituirán el telón de fondo del derrumbamiento de la física aristotélica y la creación de la cinemática galileana. Parte fundamental de este largo proceso es la obra de los Calculadores del Merton College de la Universidad de Oxford en el siglo XIV.

Introducción

La cinemática clásica que funda Galileo (Fig. 1), y que es una de las bases de la gran síntesis newtoniana, tiene una larga his-

toria. El primer estudio sistemático sobre el movimiento de los cuerpos es debido a Aristóteles (Fig. 2) en el siglo IV a.n.e. Para el filósofo griego existían cuatro tipos de cambio o movimiento: cualitativo, cuantitativo, substancial y local. El



Figura 2. Aristóteles tipo de *movimiento local*, concretamente la caída de los cuerpos y el lanzamiento de proyectiles, es estudiado por Aristóteles, pero sus explicaciones jamás convencieron a los especialistas. Y son las críticas hechas como alternativas a las teorías aristotélicas sobre este tipo de cambio las que cobraron una gran importancia y autonomía durante la Edad Media y el Renacimiento y constituyen el telón de fondo del derrumbamiento de la física aristotélica y la creación de la cinemática que construye Galileo.

Las críticas a las explicaciones aristotélicas sobre el movimiento local aparecen desde el siglo II a.n.e. con Hiparco de Nicea (Fig. 3) y se continúan con Filopón de Alejandría

(Fig. 4) en el siglo VI. Con la Caída del Imperio Romano de Occidente en el siglo V, todo el tesoro del conocimiento clásico se traslada a Oriente. Y es en los centros de cultura y desarrollo del mundo musulmán donde se preservó y desarrolló dicho conocimiento, para retornar a Europa alrededor del siglo XI. Es la época en que el saber de la Antigüedad clásica comienza a ser recuperado por el Occidente europeo. Textos completos de Aristóteles, Platón, Galeno, Hipócrates, Euclides, Eratóstenes, Arquímedes, Apolonio, Hiparco y otros constituyen los materiales de estudio de las escuelas catedralicias, como la Escuela de Chartres (Fig. 5) y la Escuela de Notre Dame, que alcanzan su esplendor en el siglo XII y son el antecedente inmediato de las primeras universidades, que son Bolonia, Oxford y París (Fig. 6). La Universidad de Bolonia, que es la madre de todas las universidades, destaca por sus estudios de medicina y jurisprudencia, mientras que Oxford y París toman a la filosofía como su principal objeto de estudio, concentrándose en la física, metafísica y dialéctica aristotélicas.



Figura 3. Hiparco de Nicea.



Figura 4. Filopón.

Ahora bien, todo el conocimiento de la Antigüedad clásica que comienza a ser recuperado a finales del siglo XI por Europa, vía los textos árabes donde los musulmanes habían vertido los trabajos de



Figura 5. Escuela de Chartres.



los sabios griegos, tiene que adecuarse al dogma cristiano. La renovación del estudio de la naturaleza, el desarrollo de la instrucción de los laicos, el interés de disciplinas profanas como el derecho y la medicina hacen que los lazos existentes entre la ciencia sagrada y las artes profanas se vuelvan lo suficientemente laxos como para que estas últimas comiencen a emanciparse y ya no se las cultiva únicamente para comprender mejor la sacra pagina. El gusto por la dialéctica misma se hace más vivo, lo suficiente como para que su aplicación al dogma se vuelva inquietante. Asistimos en la historia, con diversos personajes y lenguajes, a la lucha entre la fe y la razón.

Tanto en Oxford como en París, reaparece un interés por el estudio de las matemáticas y los fenómenos de la naturaleza. Aristóteles pasa a ser la figura dominante en estas dos universidades. Textos completos del filósofo griego son estudiados, principalmente su física, metafísica y dialéctica para intentar dar base racional al dogma cristiano, conformando la tradición de la escolástica. Sin embargo, al mismo tiempo hay que adecuar la filosofía aristotélica al dogma cristiano. Este proceso es muy general y complejo, pero en lo que se refiere a las teorías aristotélicas sobre el movimiento local, esto es, la física aristotélica, está la estricta separación entre física y matemáticas, pues no deben mezclarse, pues son dos géneros diferentes. Pero, por otro lado, en este proceso de recuperación de la sabiduría antigua por parte de Occidente reaparece un interés por el estudio de las matemáticas y los fenómenos de la naturaleza, de tal manera que la estricta separación mencionada comienza a debilitarse.

La Universidad de Oxford

Aparecen personajes en las universidades de Oxford y París interesados en el estudio de las matemáticas y los fenómenos de la naturaleza. En la Universidad de Oxford están Robert Grosseteste (1175-1253) (Fig. 7) y Roger Bacon (1214-1294) (Fig. 8), figuras importantísimas como antecedentes del inicio del estudio combinado de ambas disciplinas.



Figura 7. Robert Grosseteste. Figura 8. Roger Bacon.

A pesar de lo sorprendente de las obras de Grosseteste y Bacon en el terreno científico –y para no caer en anacronismos– hay que dejar claro que su interés por la ciencia era esencialmente teológico. Para ellos, el conocimiento científico, junto con la revelación, solo formaba parte de una sapiencia destinada totalmente a la contemplación, la experiencia y el servicio de Dios. Es la época en que la lógica, la física, las matemáticas y la filosofía eran “siervas de la teología”.

Otra figura fundamental y de gran influencia en este periodo es William de Occam (1287-1347) (Fig. 9), también en Oxford. Principal representante del nominalismo, la propuesta filosófica de Occam es un empirismo epistemológico, el cual le lleva a plantear una crítica radical a todo elemento innecesario de cualquier doctrina filosófica. Este elemento metodológico de su filosofía es conocido como “navaja de Occam”. Talento logicista y filósofo, Occam fue ante

todo un teólogo profundo. Desde su punto de vista el mundo dependía totalmente de la insondable voluntad de Dios, quien, mediante su absoluto poder, podría haber hecho las cosas de un modo distinto al existente. De este razonamiento se infería que todas las cosas existentes son contingentes, esto es, podrían haber sido hechas de otra manera o no haber sido hechas del todo. Como consecuencia fundamental de la teoría del conocimiento que construye Occam se tiene que la base de todo conocimiento es el conocimiento intuitivo de los objetos singulares; el conocimiento abstracto que se añade a todo conocimiento intuitivo no supone ninguna operación del entendimiento para la formación del concepto que se tiene de un objeto singular.



Figura 9. William de Occam. La incertidumbre generada por el nominalismo provocó que se reforzara y alentara la formulación de explicaciones probables y plausibles para los fenómenos físicos. Este tal vez fue el factor esencial que llevó a algunos escolásticos a evitar el compromiso sobre la validez de los principios científicos y la cognoscibilidad de correlaciones causales. En sus exposiciones científicas, los fenómenos físicos contingentes eran analizados en forma hipotética. Al hacer hincapié en el rigor lógico y al no formular afirmaciones en torno a implicaciones existenciales, Occam puede haber alentado, en Oxford y París, una tendencia que inducía a imaginar todo tipo de posibilidades -e incluso aparentes absurdos- sin tomar en consideración su realidad física o posible aplicación. El signo característico de este

enfoque era la frase *secundum imaginationem*, ("de acuerdo con la imaginación"). En ningún lado era esta tendencia más evidente que en los tratados y análisis referidos a las posibles maneras en que era dable concebir las variaciones de las intensidades de las cualidades o movimientos. En los problemas físicos hipotéticos e imaginarios planteados en estas circunstancias, podían introducirse, casi a voluntad, variantes inobservables y distinciones formales, porque no era posible postular que las conclusiones alcanzadas fueran un reflejo de la realidad física o aplicable a ella.

Grosseteste, Bacon, y principalmente Occam, constituyen un antecedente fundamental en la obra de los eruditos del Merton College de la Universidad de Oxford y pensadores de la Universidad de París. En estos dos lugares se continuará con la actitud epistemológica de ir disolviendo las barreras entre la física y las matemáticas impuestas por la filosofía aristotélica. En la Universidad de Oxford en la obra de *los Calculatores* (Fig. 10), y en la Universidad de París en la obra de Jean Buridan, Nicole de Oresme y Alberto de Sajonia (Fig. 11). Ambos grupos están en la misma tradición de investigación y harán avanzar los estudios sobre el movimiento y constituyen un antecedente fundamental de la cinemática que construye Galileo.



Figura 10. Los Calculatores del Merton College de Oxford.



Figura 11. Jean Buridan, Nicole de Oresme y Alberto de Sajonia.

Los Calculatores

Los Calculatores fueron un grupo de pensadores del Merton College de la Universidad de Oxford que trabajaron durante la primera mitad del siglo XIV, antes de la Peste Negra (1348-49). El grupo estuvo compuesto por Thomas Bradwardine, William Heytesbury, Richard Swineshead y John Dumbleton. De todos ellos, es de Bradwardine y su obra del que se conoce más; nace alrededor de 1290, realiza sus estudios en Oxford, donde es maestro de teología en el año 1323 y prorector de la universidad en 1325. Capellán y confesor del rey Eduardo III, muere a causa de la Peste Negra en 1349. Escribió una *Geometría especulativa*, un *Tratado del continuo* y un *Libro de las proporciones*. Heytesbury (1313-1372) escribe *Reglas para resolver los sofismas*. Swineshead (siglo XIV) escribe un *Libro de cálculos*. Dumbleton (siglo XIV) es uno de los primeros que propone que las cualidades o formas de la física aristotélica se pueden expresar geométricamente.

El campo de investigación de estos pensadores es amplio, pero en particular se dedican (junto con los de la Universidad de París) al estudio de tres temas: el problema de la variación de las formas, el del infinito y el del movimiento local.

Hay que recordar, brevemente, que Aristóteles estaba interesado en el fenómeno del cambio o movimiento en la naturaleza. Para él existían cuatro tipos de movimiento: cualitativo, cuantitativo, sustancial y local. El estudio de este último tipo de cambio o movimiento es el que consideraron los sabios medievales y es el que heredó la mecánica clásica, vía Galileo, Newton, etc. La física aristotélica en este último sentido es una física de cualidades y en ella no se pueden, ni deben, mezclarse física y matemáticas, pues son géneros diferentes. La filosofía aristotélica en general es la que domina al interior de las universidades de la Baja Edad Media (del siglo XI al XV, aproximadamente).

El problema de la variación de las formas puede presentarse de la siguiente manera: ciertas cualidades o formas aumentan o disminuyen; así, por ejemplo, el calor y la velocidad. La noción de intensidad se encuentra presente, con más o menos claridad, tras la de variación cualitativa. Atendiendo a esto se elabora un determinado número de conceptos expresados por un vocabulario especial, cuyos principales términos son los siguientes: *latitudo*, o conjunto de grados de una “forma” que aumenta,

disminuye o permanece estable; *intensio*, *remissio*: aumento, disminución, y, como es posible representarlos gráficamente, se los traducirá como “creciente” y “decreciente”. Más aún, la “*latitud*” puede ser constante o “uniforme” (*uniformis*), variada o “disforme” (*difformis*), y, además, “uniformemente disforme”, “disformemente disforme”, etc. Los problemas de variación planteados de ese modo llevan a los *Calculatores*, y concretamente a Swineshead, a introducir razonamientos que, desarrollados modernamente, equivaldrían a series infinitas. Este último autor, sin embargo, está lejos de poderlo plantear así. Pero la variación de las formas puede también expresarse geoméricamente. John Dumbleton es uno de los primeros en pensar en ello (junto con los eruditos de la Universidad de París, quienes harán progresar ese método). El método consiste esencialmente en lo siguiente: trazan dos ejes rectangulares, uno de los cuales (la abscisa) se llamará “longitud” y el otro (la ordenada) “latitud”. De este modo es posible representar, por ejemplo, la variación de una velocidad: la longitud corresponde al tiempo; la latitud a la intensidad de esa velocidad; su crecimiento (*intensio*) se representará, por consiguiente, mediante una línea ascendente; su disminución (*remissio*), por una línea descendente. No se trata de ninguna manera de una primera forma de la geometría analítica. Lo que intentan estos eruditos ante todo es dar una representación intuitiva y de una manera cualitativa, y no piensan, de ninguna manera, en hacer corresponder recíprocamente una curva y una ecuación; además no hay ninguna cuantificación numérica. El aumento de la cualidad es simplemente hecho visible bajo el aspecto de una línea, que permite formar un razonamiento geométrico.

La cuestión del infinito también representó otro de los temas de estudio de los *Calculatores*. Por un lado, para los geómetras, estaba la naturaleza del espacio y la conmensurabilidad, y, para los físicos, la infinitud del tiempo y la finitud del espacio en el cosmos aristotélico.

El otro tema es el del movimiento local. Recordemos que estos eruditos medievales utilizaban en sus estudios del movimiento la teoría del impetus, desarrollada por Juan Filopón en el siglo VI, siguiendo un concepto desarrollado por Hiparco de Nicea en el siglo II a.n.e. Era una teoría desarrollada para explicar el movimiento de proyectiles que la física aristotélica no explicaba satisfactoriamente. El *impetus* o *fuerza impresa* era una *cualidad* que el motor imprimía al móvil para causar su movimiento. Esta cualidad era de naturaleza perecedera y por lo tanto el movimiento no podía permanecer indefinidamente. Era una explicación alternativa a las que Aristóteles daba al fenómeno de lanzamiento de proyectiles. Sin embargo, tal explicación era hecha desde el interior de la propia filosofía aristotélica.

Los *Calculatores* o mertonianos manejaban definiciones de movimientos con rapidez uniforme y uniformemente acelerado, en los términos que mencionamos anteriormente. También aparece la definición de velocidad instantánea, casi exactamente igual a la utilizada por Galileo tres siglos más tarde. La famosa “regla mertoniana” o “teorema de la velocidad media” fue establecida ahí y es considerada generalmente como la más simple y primordial contribución a la física por parte de la ciencia medieval.

Ahora bien, para no caer en una posición anacrónica, hay que darnos cuenta de cuál era el contexto en que se daban estas ideas.

Si bien es cierto que hay una tendencia entre los pensadores de la Baja Edad Media a utilizar las matemáticas en sus estudios, prevalecía el principio aristotélico de no mezclar los géneros de la física y las matemáticas; tales estudios eran más que nada *ejercicios lógicos* y no se aplicaban a ningún fenómeno físico en particular. (Algo que sí comenzarán a hacer los pensadores en el siguiente siglo, como Tartaglia y Leonardo da Vinci, entre otros).

La finalidad de todos estos desarrollos era explicar mejor y darle una base racional al dogma cristiano, que era el propósito principal de la escolástica; por eso se decía que “la filosofía era la sierva de la teología”. Incluso, por ejemplo, se caían en temas que -para nosotros- resultan absurdos; se hablaba de cuestiones teológicas en términos de “cálculo”. Se razonaba en Oxford “de un amor a Dios y de un amor al prójimo que disminuyen ambos en progresión geométrica de razón $\frac{1}{2}$ ”; o se preguntaban si la intensidad del pecado podía adquirirse de un modo uniformemente disforme. Se tendía pues a incluir en la teología las matemáticas como hacían con la gramática y la lógica.

En sus estudios sobre la variación de las formas, los Calculadores desarrollaron un vocabulario cinemático cuya influencia en Galileo es claramente distinguible. Un resumen de estos conceptos es el siguiente:

- Movimiento (*motu*): concuerda con la noción actual de movimiento, aunque también llegó a ser empleado como rapidez, o en el sentido laxo de la palabra, velocidad (sin implicaciones vectoriales).
- Velocidad (*velocitas*): Rapidez o velocidad. Lo destacado aquí es que no se define como la razón de dos cantidades distintas, aunque es considerado como capaz de ser cuantificado.
- Cualidad o intensidad de movimiento (*qualitas motus, intensio motus, intensio velocitatis*): Se refiere a la velocidad sin tomar en cuenta su duración en el tiempo o lo largo de un intervalo dado.
- Cantidad de movimiento o velocidad total (*quantitas motus, quantitas totalis velocitatis*): Se refiere a la velocidad sobre un intervalo de tiempo, medida a través de la distancia atravesada en ese tiempo.
- Grado de movimiento o velocidad (*gradus motus, gradus velocitatis*): Se refiere a la forma numérica de designar la magnitud de la cualidad o intensidad del movimiento. Para el caso de un movimiento no uniforme se refiere a la magnitud de la velocidad instantánea.
- Velocidad instantánea (*velocitas instantanea*): Velocidad en la cual un punto en movimiento se movería en un cierto instante de manera uniforme.
- Latitud de movimiento o de velocidad (*latitudo motus, latitudo velocitatis*): Se refiere a los incrementos positivos o negativos de la velocidad.
- Movimiento o velocidad uniforme (*motus uniformis*): Coincide con la definición actual de rapidez uniforme.
- Intensificación y remisión del movimiento (*intensio et remissio motus*): Si se está hablando de un incremento de la velocidad se refiere a la aceleración. Aunque en otro contexto también se podía entender como el grado de intensidad.
- Movimiento uniformemente disforme (*motus uniformiter difformis*): coincide con la actual aceleración uniforme.
- Movimiento disformemente disforme (*motus uniformiter difformiter difformis*): Dependiendo del autor bajo consideración puede significar aceleración uniformemente cambiante, es decir, un movimiento en el cual hay incrementos

de aceleración iguales en cualquier periodo de tiempo. Aunque también podría significar el movimiento en el cual en cualesquiera dos periodos sucesivos de tiempo la proporción de los excesos de velocidad es constante.

Queda muy claro que el tema del movimiento local fue de gran interés para los mertonianos. Sin embargo, todos sus estudios fueron hechos como *ejercicios lógicos* y, en esta época, nunca fueron aplicados a ningún fenómeno natural.

La regla mertoniana de la velocidad media

La importancia de este teorema radica en el hecho de que si se supone la caída de un cuerpo (movimiento en la naturaleza) como un movimiento uniformemente acelerado, se obtiene la ley de la caída libre. Esto, desde luego, no era realizado por los mertonianos. El salto de aplicar estos estudios a fenómenos naturales será efectuado por Galileo y algunos de sus antecesores. Un enunciado de este teorema es el siguiente:

“Un cuerpo que se mueve uniformemente adquiriendo o perdiendo un determinado incremento [de rapidez] recorrerá en algún tiempo dado una distancia completamente igual a aquella que debería recorrer si se estuviera moviendo con rapidez uniforme durante el mismo tiempo con el grado medio [de velocidad].”

Las siguientes figuras son distintas representaciones gráficas del teorema de la velocidad media. La figura (d) es la figura básica en la que se pueden descomponer todas las demás.

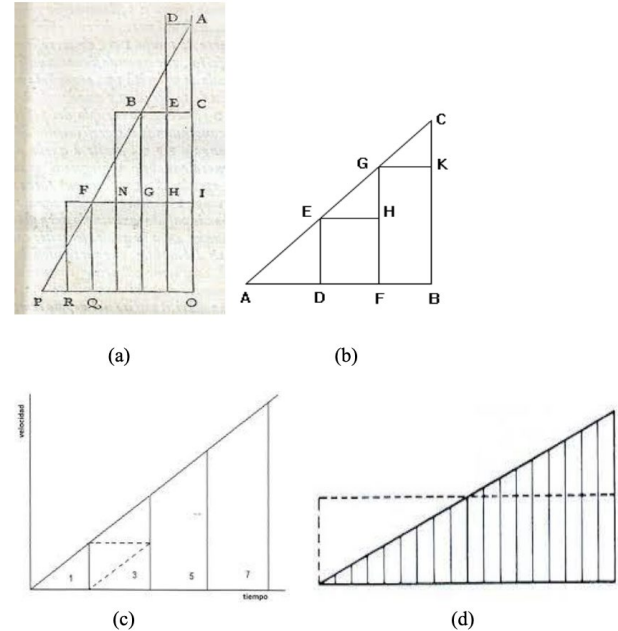


Figura 12. Representaciones gráficas del teorema de la velocidad media.

Utilizando la nomenclatura y los términos que empleaban los mertonianos, tenemos que en la figura (c) la longitud (abscisa) representa el tiempo, y la latitud (ordenada) representa la velocidad. La variación de la velocidad (en este caso aumento) corresponde al término *intensio*. No hay ninguna consideración numérica (darle valores numéricos al tiempo y los correspondientes valores de la velocidad), solo hay una comparación geométrica entre las áreas de los trapecios.

Si observamos todas las figuras y consideramos que el área bajo la recta representa la distancia recorrida por el cuerpo con movimiento uniformemente acelerado en intervalos iguales de tiempo, vemos en la figura (c) que el área del primer intervalo es igual a 1, luego el área del segundo trapecio es igual a 3, el área del tercer trapecio es 5, etc. Así, la distancia recorrida por un cuerpo que se mueve variando uniformemente su velocidad (aceleración constante), varía según

los números impares (1,3,5,7, etc.). Tenemos entonces que el ejercicio lógico respecto a la distancia recorrida por un cuerpo que se mueve variando su velocidad de manera uniforme en iguales intervalos de tiempo varía de acuerdo con los números impares (1,3,5,7, etc.). Este tipo de movimiento los mertonianos no lo refieren a ningún fenómeno de la naturaleza en particular.

La difusión de la regla mertoniana pasó a la Universidad de París, donde pensadores como Jean Buridan (discípulo de Occam), Nicole de Oresme y Alberto de Sajonia harán avanzar el método en sus estudios sobre el movimiento.

Conclusión

Por un lado, están los ejercicios lógicos realizados por mertonianos y parisinos sobre los diversos tipos de movimiento que ellos definen; por el otro, están las teorías alternativas a las aristotélicas para explicar el movimiento local, en particular la caída de los cuerpos y el lanzamiento de proyectiles (fenómenos que ocurren en la naturaleza). Estas teorías están basadas en el concepto de *impetus*, que es planteado por Hiparco de Nicea en el siglo II a.n.e. y cuyos estudios se desarrollan a lo largo de la Edad Media y el Renacimiento, adquiriendo gran importancia y autonomía y constituyen el telón de fondo de la caída de la física aristotélica y la creación de la cinemática que construye Galileo.

Estas dos posiciones filosóficas (estudios lógicos del movimiento y estudio de fenómenos de la naturaleza), se combinan en la epistemología galileana, la cual consiste en aplicar los estudios del movimiento uniformemente acelerado al movimiento de la caída de los cuerpos. Esta actitud de mez-

clar física y matemáticas, que reaparece en la Universidad de Oxford y que se continúa con los Calculadores del Merton College y los eruditos de la Universidad de París, irá demoliendo las barreras que imponía la doctrina aristotélica de no mezclar los distintos géneros de la física y las matemáticas.

Esta actitud de empezar a relacionar los estudios sobre el movimiento definidos por los Calculadores y los fenómenos naturales aparece en algunos estudiosos anteriores a Galileo, como Juan de Celaya y Domingo de Soto, incluso en personajes ya muy próximos al físico pisano como Tartaglia y Leonardo da Vinci, así como los propios maestros de Galileo como Bonamico, Benedetti y Guidobaldo del Monte. La diferencia estriba en que los estudios de todos estos personajes son apenas balbuceos para construir una nueva cinemática del movimiento. Galileo, entre muchas otras cosas, se percató de la asombrosa concordancia que hay entre las matemáticas y los fenómenos de la naturaleza. En la obra de Galileo (al igual que en la de Kepler) se cumple cabalmente el sueño pitagórico de encontrar regularidades matemáticas en la naturaleza. Sueño que había sido continuado por Platón y Arquímedes, y había sido interrumpido por la doctrina aristotélica de no mezclar géneros.

La Revolución Científica de los siglos XVI y XVII se da en dos frentes del conocimiento: la física del movimiento y la cosmología. Galileo participa en ambos. En el frente de la física del movimiento funda una cinemática acorde con la noción de una Tierra en movimiento.

En resumen: con la Revolución Científica se sustituye la física aristotélica por la galileana, que culminará en la gran síntesis

newtoniana; la matematización de la física; la existencia del vacío; el modelo heliocéntrico del Universo sustituye al modelo geocéntrico; el espacio físico (cualquier cosa que esto sea) se sustituye por el espacio euclidiano; los objetos físicos se sustituyen por los objetos geométricos; se construye el principio de la inercia; el movimiento pasa de ser un proceso a un estado de los cuerpos. En todos estos logros es fundamental la aportación de Galileo Galilei. Y en la obra del físico pisano es fundamental la obra de los Calculadores del Merton College de la Universidad de Oxford.

Bibliografía

1. Ingemar Düring, *Aristóteles*, Universidad nacional Autónoma de México, México (1987).
2. Johannes Hemleben, *Galileo*, Biblioteca Salvat, Barcelona (1988).
3. George Sarton, *Ciencia Antigua y Civilización Moderna*, Breviarios del Fondo de Cultura Económica, México (1960).
4. Jean Jolivet, Historia de la Filosofía, Vol.4, *La filosofía medieval en Occidente*, Siglo XXI Editores, España (1974).