

# Suspensiones concentradas de partículas sólidas no coloidales: respuesta reológica y su modelado computacional

Alan Rosales-Romero<sup>1</sup>, Adolfo Vázquez-Quesada<sup>2</sup>, Marco Ellero<sup>3,4,5</sup>, J. Esteban López-Aguilar<sup>1</sup>

1. Facultad de Química, Departamento de Ingeniería Química, Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), Ciudad Universitaria, Coyoacán, Ciudad de México, 04510, México

2. Departamento de Física Fundamental, UNED, Apartado 60141, Madrid, 28080, Spain.

3. Basque Center for Applied Mathematics (BCAM), Alameda de Mazarredo 14, Bilbao, 48009, Spain.

4. IKERBASQUE, Basque Foundation for Science, Calle de María Díaz de Haro 3, Bilbao, 48013, Spain.

5. Zienkiewicz Centre for Computational Engineering (ZCCE), Swansea University, Bay Campus, Swansea, SA1 8EN, United Kingdom.

[jelopezaguilar@quimica.unam.mx](mailto:jelopezaguilar@quimica.unam.mx)

## Palabras clave:

Reología, fluido no-Newtoniano, suspensiones concentradas no coloidales, engrosamiento al corte discontinuo, flujo bandeado.

## Resumen

En esta revisión se describe y se muestra la compleja reología que exhiben las suspensiones concentradas de partículas sólidas no coloidales. Su presencia en la industria y en la vida cotidiana hace que sea relevante describir y explicar el origen de su comportamiento reológico. Para conocer qué son, cómo se comportan, cómo se diferencian de los fluidos Newtonianos y qué estrategias se usan para reproducir su flujo, esta revisión se divide de la siguiente manera: en la sección I se describe la composición y los tipos de suspensiones en función de la fracción de sólidos; en la sección II se describe la reología, que se encarga de caracterizar

y describir las propiedades materiales de los fluidos, en este caso, las suspensiones concentradas; en la sección III se exhibe el comportamiento de las suspensiones concentradas, como son: el adelgazamiento al corte, el engrosamiento al corte continuo y discontinuo, y el flujo bandeado en la dirección de la vorticidad; en la sección IV se describen cómo se modelan y cuáles son los mecanismos propuestos que buscan reproducir la reología de las suspensiones concentradas, y en la sección V se muestra el trabajo por hacer en otros tipos de suspensiones.

## ¿Qué son las suspensiones?

Las suspensiones son sistemas compuestos por partículas suspendidas en un líquido (también llamado matriz de suspensión) [1]. Cuando las partículas son lo suficientemente grandes, con un radio mayor a un

micrómetro, se denominan suspensiones no coloidales o no-Brownianas. En tal caso, las fluctuaciones térmicas que afectan el movimiento de las partículas son despreciables; en cambio, si son menores a un micrómetro, las fluctuaciones térmicas en estas sí que son relevantes, y se les conoce como suspensiones coloidales o Brownianas [2]. Las suspensiones se pueden encontrar en productos cotidianos como cosméticos, alimentos y materiales de ingeniería [3], lodos, magma, sangre, cementos y pinturas [4], o en tintas [5]. Su uso se extiende al desarrollo de materiales de protección balística y equipo de protección flexible [6], y partes mecánicas, como amortiguadores “inteligentes”, que cambian su rigidez y capacidad de amortiguar en función de la carga aplicada [7].

A estos materiales también se les califica como fluidos complejos, ya que sus propiedades difieren notoriamente de las propiedades individuales del sólido suspendido o del líquido de la suspensión [4]. Además, su naturaleza mecánica y deformación muestran una variedad rica de comportamientos, ya que pueden presentar cambios en la viscosidad aparente dependientes de la rapidez de deformación aplicada (*shear rate*), como lo son el adelgazamiento y/o engrosamiento al corte (*shear thinning* y *shear thickening*), la plasticidad (esfuerzo de cedencia o *yield stress*) [8], viscoelasticidad (primera y segunda diferencias de esfuerzos normales en funcionalidades altamente no-lineales con la rapidez de deformación) [9] o flujo bandeado en la dirección de la vorticidad (*vorticity banding*) [10, 11]. Estas manifestaciones físicas contrastan con el fluido más simple, el fluido Newtoniano, cuyo ejemplo por antonomasia es el agua. La ciencia que se encarga de estudiar di-

chos fenómenos de flujo no lineal se llama reología.

## Reología

El área de la física que se encarga de estudiar la deformación y el flujo de la materia es la reología. Los materiales de interés en esta parte de la física son aquellos que se alejan del comportamiento ideal descrito por la ley de Newton de la viscosidad para fluidos y por la ley de Hooke de la elasticidad para sólidos [12]. Estos materiales corresponden con los fluidos que tienen un comportamiento no-Newtoniano y con los sólidos que tienen un comportamiento no-Hookeano.

La forma de identificar si un fluido tiene un comportamiento no-Newtoniano es a través de las mediciones de sus propiedades materiales. La propiedad material por excelencia es la viscosidad de corte o, simplemente, viscosidad aparente, la cual proporciona una estimación de la resistencia a fluir que presentan los materiales [13]. Una de las manifestaciones no-Newtonianas esenciales es la dependencia de la viscosidad aparente (resistencia a fluir) con respecto a la rapidez de deformación aplicada. De forma esencial, al aumentar la rapidez de corte (o rapidez de deformación cortante), la viscosidad aparente puede aumentar, o bien, disminuir, siendo denominadas estas respuestas reológicas como engrosamiento y adelgazamiento al corte, respectivamente. El comportamiento de la viscosidad aparente está dado por la estructura molecular del material. Por ejemplo, gases y moléculas con bajo peso molecular tienden a comportarse como fluidos Newtonianos, mientras materiales como las suspensiones, polímeros fundidos (o en solución), emulsiones o fluidos biológicos tienden a presentar un

comportamiento no Newtoniano, debido a las múltiples interacciones que pueden ocurrir entre sus componentes [13]. Otra manifestación no-Newtoniana típica es la plasticidad, que se mide de manera fundamental a través del esfuerzo de cedencia. Esta propiedad provoca que un fluido no se deforme (no fluya) si no se aplica un esfuerzo que supere un esfuerzo umbral o de cedencia [13]. Como referencia en este contexto, un material Newtoniano (como el agua o la glicerina) mantiene una viscosidad constante y su esfuerzo de cedencia es nulo. Cuando el fluido presenta una mezcla del comportamiento de un fluido viscoso y un sólido elástico, se denomina como viscoelástico [13]. Además de la viscosidad aparente, la respuesta reológica de los fluidos viscoelásticos se mide a través de las propiedades materiales llamadas primera y segunda diferencias de esfuerzos normales, las cuales pueden ser diferentes a cero y dan pie a efectos como la capacidad de formar hilos, el efecto Weissenberg, en donde un fluido puede trepar una varilla que rota en el seno de un recipiente, o al “hinchamiento” del fluido a la salida de un tubo, entre muchos otros [14]. Estos comportamientos diferentes a los típicos desplegados por fluidos Newtonianos se asocian a la microestructura que compone al material [15]. Un ejemplo es el caso de las soluciones poliméricas, en las cuales, la deformación promueve que las cadenas del polímero se alinean y se estiren, a la par, estas buscan regresar a su estado original (sin estirar ni alinear), lo cual genera un esfuerzo extra. En el caso de las suspensiones, la microestructura se conforma por el arreglo e interacción de las partículas suspendidas en la matriz.

Para el estudio de las propiedades materiales antes mencionadas, se realizan pruebas

reométricas [12–14], es decir, pruebas en las cuales el flujo está controlado bajo condiciones de flujo homogéneo, es decir, flujos con rapidez de deformación constante, y en las cuales se pueden identificar tres direcciones espaciales en la prueba: la dirección 1 se asigna a la dirección del flujo (o movimiento del fluido), la dirección 2 se asigna a la dirección en la cual se presenta el gradiente de velocidades que promueve el flujo, y la dirección 3 se asigna a la dirección neutral. El flujo reométrico más simple es el flujo cortante simple, en donde las dos placas paralelas que contienen al material mantienen una velocidad, diferente para cada placa y en la dirección en la que son paralelas (cortante). En este flujo cortante simple, la rapidez de deformación (que se identifica como la rapidez de corte) se define como  $\dot{\gamma} = \Delta v_1 / \Delta x_2$ , en donde  $\Delta v_1$  es la diferencia de velocidades entre las placas y  $\Delta x_2$  su separación. La viscosidad cortante o aparente se calcula como  $\eta = \tau_{12} / \dot{\gamma}$ , donde  $\tau_{12}$  es el esfuerzo cortante con el que responde el fluido ante la deformación cortante aplicada, aquí los índices del esfuerzo indican la dirección del flujo (dirección 1) y la dirección en la cual se transfiere la cantidad de movimiento o momentum (dirección 2), las direcciones son perpendiculares. El término de viscosidad “aparente” se refiere a la viscosidad medida por el equipo de medición, llamado reómetro, dadas las lecturas registradas de la rapidez de corte y el esfuerzo cortante. Además, si el fluido es viscoelástico, desarrollará esfuerzos normales, que se miden a través de la primera y la segunda diferencias de esfuerzos normales, definidas como  $N_1 = \tau_{11} - \tau_{22}$  y  $N_2 = \tau_{22} - \tau_{33}$ , respectivamente. Aquí,  $\tau_{11}$ ,  $\tau_{22}$  y  $\tau_{33}$  representan los esfuerzos normales en las direcciones correspondientes. En los esfuerzos normales la dirección del flujo y la dirección de la

transferencia de *momentum* es la misma. A diferencia de los fluidos Newtonianos, en los que ambas diferencias de esfuerzos normales son nulas (es decir,  $N_1=N_2=0$ ), en fluidos complejos, tales como las suspensiones concentradas, los componentes del tensor de esfuerzo diferentes de cero en un flujo cortante simple pueden ser:  $\tau_{12}$ ,  $\tau_{11}$ ,  $\tau_{22}$  y  $\tau_{33}$ , lo que conlleva a que ambas diferencias de esfuerzos normales puedan ser no nulas.

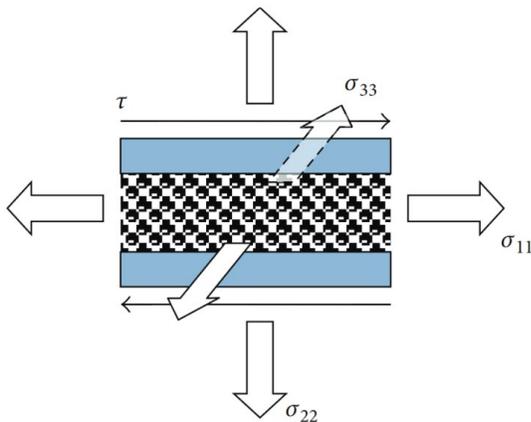


Figura 1. Esfuerzos normales,  $\sigma_{ij}$ , y esfuerzo cortante,  $\tau$ , al aplicar un flujo cortante simple [16]. Open Access from: D. Verrelli and A.R. Kilcullen, Normal Stress differences and yield stresses in attractive particle networks, *Advances in Condensed Matter Physics*, 2016, 1716598, 21 pages, 2016. <https://doi.org/10.1155/2016/1716598> by Creative Commons CC BY 4.0 license.

### ¿Cómo se comportan las suspensiones?

El estudio y descripción de la reología de las suspensiones es de interés por la complejidad, la aplicabilidad y el comportamiento de estas. En el caso de *suspensiones diluidas*, es decir, cuando la fracción de volumen sea  $\Phi \leq 0.1$  (donde  $\Phi$  se define como la relación del volumen de las partículas sólidas entre el volumen total de la suspensión), el efecto de la presencia de las partículas se observa en un incremento de la viscosidad aparente de la suspensión en función de  $\Phi$ . Los trabajos de Einstein [17] y Batchelor [18] explicaron de forma satisfactoria el cambio en la viscosidad para suspensiones diluidas.

Einstein [17] consideró la perturbación en el flujo, es decir, el aumento de la viscosidad aparente, como consecuencia de la presencia de las partículas, y Batchelor [18] introdujo las interacciones hidrodinámicas de largo alcance entre ellas. Por otro lado, las *suspensiones concentradas*, con  $\Phi \geq 0.4$ , no solo exhiben un incremento de la viscosidad aparente en función de  $\Phi$ , sino que también muestran respuestas reológicas más complejas. La fenomenología típica observada para la viscosidad es un adelgazamiento al corte a bajas rapidezces de corte, seguido de un engrosamiento al corte para rapidezces de corte intermedias, el cual puede ser continuo o discontinuo y, por último, un segundo adelgazamiento al corte [3], como se ilustra en la Fig.2. El engrosamiento al corte continuo (CST, del inglés *Continuous Shear-Thickening*) se aprecia como un incremento moderado de la viscosidad aparente en un rango relativamente amplio de rapidezces de corte; mientras que el engrosamiento al corte discontinuo (DST, del inglés *Discontinuous Shear-Thickening*) muestra un dramático

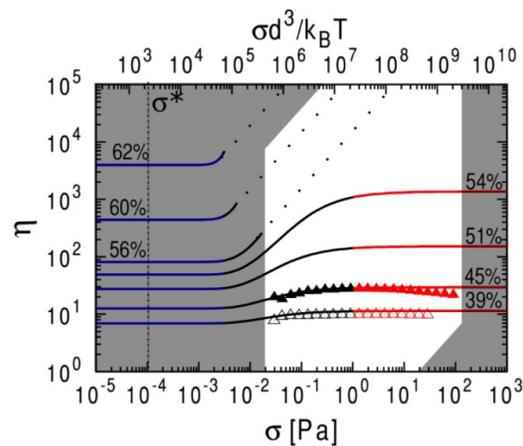


Figura 2. Curva de flujo. Viscosidad relativa contra esfuerzo cortante con unidades de Pa para esferas con diámetro de 45  $\mu\text{m}$  a diferentes fracciones de volumen,  $\Phi$ , [19]. Reprinted figure with permission from B. Guy, M. Hermes, W. Poon, *Phys. Rev. Lett.*, 115, 2015, 088304, <http://dx.doi.org/10.1122/1.4953814>. Copyright (2024) by the American Physical Society.

incremento de la viscosidad aparente, de hasta más de tres órdenes de magnitud [11], en un relativamente reducido rango de rapidez de corte.

En ocasiones, durante el DST, el fluido se puede fracturar o romper como lo haría un sólido [20], pero una vez que la deformación cesa, este vuelve a fluir como un líquido, como se muestra en la Fig.3. Respecto a las diferencias de esfuerzos normales, una marca distintiva de las suspensiones concentradas no-Brownianas es que tanto  $N_1$  como  $N_2$  son negativas y de magnitud similar [2, 21]. Otros materiales, como las soluciones poliméricas o polímeros fundidos, exhiben  $N_1$  positivo y  $N_2$  es muy pequeño (alrededor del 10 %) y de signo contrario con respecto a  $N_1$  [13].

Asimismo, durante el DST, se ha reportado cierta inestabilidad en la dirección de la vorticidad llamada flujo bandeado en la dirección de la vorticidad (o *vorticity banding*, del inglés) [10, 11]. Esta inestabilidad exhibe la coexistencia de regiones en el seno de la suspensión en las que se ejerce la misma rapidez de corte, pero el esfuerzo que actúa sobre ellas es diferente. De forma visual se observa un cambio en la difracción de la luz que permite distinguir dos fases en el flujo en forma de bandas o donas (observadas en celdas de Couette), como se observa en la Fig.4. El flujo bandeado en la dirección de la vorticidad también se manifiesta como fluctuaciones transitorias en las mediciones de la viscosidad aparente que se intensifican conforme se incrementa, como se aprecia en la Fig.5.

Una suspensión concentrada comúnmente se consigue al preparar una mezcla de igual proporción del sólido y el líquido [22]; esto



Figura 3. Suspensión de almidón de maíz en agua donde: (arriba) al ser deformada tiene un comportamiento tipo sólido, y (abajo) al cesar la deformación tiene un comportamiento tipo líquido. Open Access from Massachusetts Institute of Technology (MIT) (October 5, 2019) The science of cornstarch and water [video captures] Youtube. <https://youtu.be/mYTerCbDUzE?si=43E0Als7IzjooxCW> by Creative Commons CC BY license.

conlleva a que: (i) la separación promedio entre las partículas es igual o menor que el tamaño de las partículas, y (ii) las interacciones y fuerzas que actúan entre cada par de partículas contribuyen de forma significativa en la respuesta macroscópica de la suspensión [4]. En estos sistemas, las interacciones relevantes son las fuerzas hidrodinámicas de corto alcance (fuerza de lubricación) y las fuerzas por contacto [1] y, si la suspensión

es coloidal, también se deben considerar las fuerzas Brownianas [6]. Todas estas fuerzas tienen un rol en la formación de la microestructura de la suspensión, lo que lleva a su comportamiento no-Newtoniano.

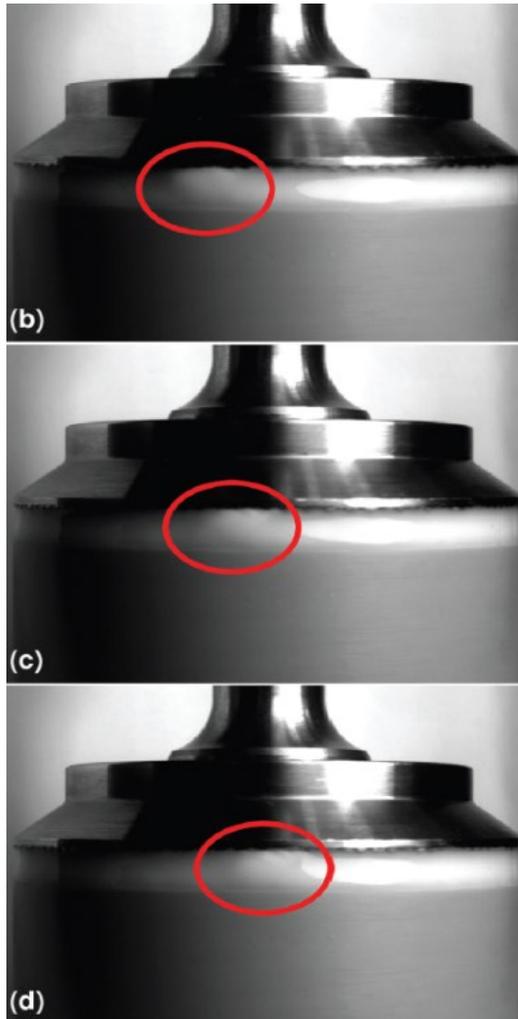


Figura 4. (b)-(d) Fotos de la geometría de cono y plato. El cono (situado en la parte superior de las imágenes) rota a la izquierda, mientras el plato (situado en la parte inferior de las imágenes) se mantiene estático. La deformación de la interfase entre el cono y plato (banda de vorticidad, señalado con una elipse roja) se desplaza a la derecha [11]. Open Access from: M. Hermes, B. Guy, W. Poon, G. Poy, M. Cates, M. Wyart, Unsteady flow and particle migration in dense, non-Brownian suspensions, *J. Rheol.* 60 (2016) 905, <https://doi.org/10.1122/1.4953814> by Creative Commons CC BY license.

Incluso las suspensiones más simples, compuestas por esferas sólidas suspendidas en un líquido Newtoniano, muestran un

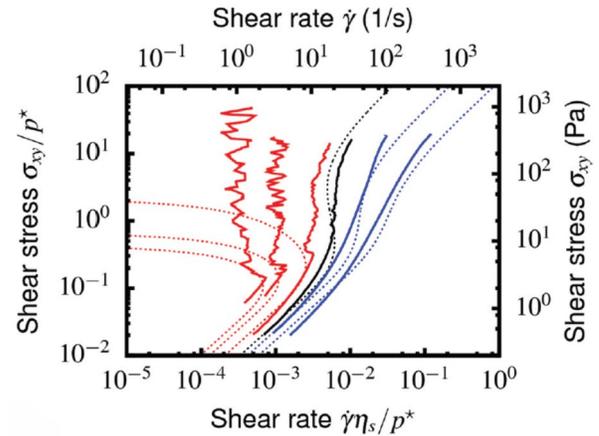


Figura 5. Curva de flujo. Esfuerzo contra rapidez de corte para una suspensión de almidón de maíz en agua para  $\Phi=\{0.45,0.46,0.465,0.47,0.50,0.52\}$  de derecha a izquierda [11]. Open Access from: M. Hermes, B. Guy, W. Poon, G. Poy, M. Cates, M. Wyart, Unsteady flow and particle migration in dense, non-Brownian suspensions, *J. Rheol.* 60 (2016) 905, <https://doi.org/10.1122/1.4953814> by Creative Commons CC BY license.

comportamiento no-Newtoniano [23]. Por ejemplo, una solución empleada es la compuesta por almidón de maíz (partículas en suspensión) y agua (matriz de suspensión) con  $\Phi > 0.3$  [1, 23] (en casa se puede preparar una mezcla con una parte de almidón de maíz por dos partes de agua). Cuando esta suspensión es deformada, como puede ser apretarla con la mano, se endurece (por efecto del DST) y puede manipularse como si fuera un sólido por un corto periodo de tiempo; una vez que se suelta, esta fluye y escurre entre las manos, es decir, la viscosidad aparente de la suspensión es función de la fuerza aplicada y presenta tanto adelgazamiento al corte como engrosamiento al corte; un ejemplo de este comportamiento se observa en la Fig.3.

### ¿Cómo se modela la respuesta reológica de las suspensiones concentradas no-Brownianas?

Los trabajos en este rubro se enfocan en la caracterización experimental y el modelado del comportamiento reológico de las sus-

pensiones. Hasta ahora, no hay una teoría con base en el medio continuo que explique lo observado de forma experimental [22], es decir, un análogo de lo que las ecuaciones de Navier-Stokes representan para la dinámica de fluidos simples. De modo que se requiere describir la física que ocurre en la meso-escala (interacciones partícula-partícula y partícula-matriz) [24, 25]. Para este fin, se utilizan herramientas computacionales predictivas que imiten al sistema real. Un marco de estudio se basa en la simulación de sistemas que contienen a las partículas suspendidas en una matriz y, a través de las fuerzas que actúan sobre ellas, en el estudio de la evolución del sistema imponiendo un flujo cortante simple, *i.e.*, calcular la posición y velocidad de cada partícula a diferentes pasos en el tiempo. Un esquema de lo anterior se muestra en la Fig.6.

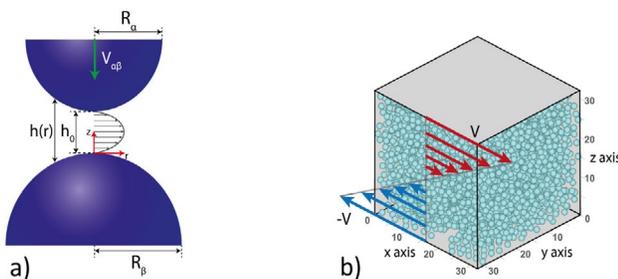


Figura 6. (a) Esquema de la interacción entre dos partículas en suspensión. La partícula de radio  $R$  se aproxima con velocidad constante,  $V_{\alpha\beta}$ , a la partícula de radio  $R_\beta$  [26]. (b) Dominio computacional para una suspensión compuesta de 3755 partículas a la cual se le impone un flujo cortante simple, donde la placa superior se mueve a velocidad  $V$  y la inferior a velocidad  $-V$  [26]. Reprinted from Effects of confinement-induced non-Newtonian lubrication forces on the rheology of a dense suspension, 329, A. Rosales-Romero, A. Vázquez-Quesada, S. Prasanna-Kumar, J. López-Aguilar, M. Ellero, J. Non-Newtonian Fluid Mech., 105248, <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2024.105248>. Copyright (2024), with permission from Elsevier.

Para describir la fenomenología reológica de suspensiones concentradas no-Brownianas se han propuesto diferentes mecanismos que buscan reproducir su viscosidad aparente y las diferencias de esfuerzos normales, entre los cuales se encuentran las siguientes:

I. Generación de turbulencia entre las partículas [27].

II. Transición entre estructuras ordenadas-desordenadas [28, 29], que fue propuesta al observar cambios en los patrones de difracción cuando ocurría el DST. Este mecanismo plantea una transición en la microestructura en la que, a bajas rapidez de corte, las partículas se encuentran en cierto arreglo que, a rapidez de corte más altas, se pierde, y causa un aumento de la viscosidad.

III. Formación de *hydroclusters* debido a las fuerzas hidrodinámicas [6, 30], que propone que hay un proceso en el cual las partículas forman aglomerados más grandes que ofrecen una mayor resistencia a moverse en la matriz de suspensión en comparación con las partículas individuales.

IV. Transición de fuerzas de lubricación a fuerzas de fricción o contacto [31–33], que propone que el DST es resultado de los múltiples contactos que existen entre las superficies sólidas de las partículas promovidos por una rapidez de corte alta.

V. Efecto de la matriz de suspensión en las interacciones entre pares de partículas [34], en el cual las interacciones entre partículas dependen de la naturaleza del solvente, como pueden ser las interacciones de Van der Waals.

VI. Efecto restrictivo de las partículas a su movimiento [35, 36] cuando la fracción de volumen alcanza un umbral crítico, de modo que las partículas se atascan e impiden el flujo.

Estos mecanismos consideran que, en primera instancia, las fuerzas de lubricación dominan en el régimen diluido y su efecto se reduce a medida que la concentración de sólidos aumenta y, asimismo, la fuerza por contacto domina sobre el sistema. En

particular, cuando la fracción de volumen alcanza el arreglo de empaquetamiento máximo de las partículas, la suspensión deja de fluir [2]. Estudios recientes son capaces de reproducir el DST a través de fuerzas de contacto, la cual está modulada por el coeficiente de fricción [37-40]; sin embargo, este coeficiente de fricción es difícil de medir experimentalmente. Los primeros trabajos se realizaron con simulaciones que consideran un coeficiente de fricción constante [37, 38], aunque en trabajos posteriores se realizaron con coeficientes de fricción variable [39, 40]. No obstante, a pesar de que las fuerzas de fricción son capaces de impulsar el DST, su naturaleza predice esfuerzos normales positivos debido a los efectos de dilatación [35, 41], lo que lleva a que  $N_1$  y  $N_2$  no concuerden con los datos experimentales reportados, pues se sabe que tanto la primera y la segunda diferencias de esfuerzos normales experimentales son negativas [2, 21].

Por otro lado, se conoce que las fuerzas hidrodinámicas o de lubricación convencional no logran ejercer una fuerza suficiente entre las partículas para promover el DST [39, 42]; solo llegan a predecir un ligero incremento en la viscosidad (que se puede interpretar como CST). No obstante, su naturaleza sí es capaz de predecir el signo negativo de  $N_1$  y  $N_2$ .

Investigaciones en *tribología*, la ciencia que se encarga de estudiar qué ocurre entre superficies en movimiento relativo muestran que la fricción y la lubricación provocan un efecto sobre la viscosidad en fluidos sometidos a confinamiento extremo (separaciones del orden de nanómetros entre dos superficies) [43–45]. Este efecto hace que una matriz, nominalmente Newtoniana, tenga un comportamiento no-Newtoniano

en la forma del aumento de la viscosidad bajo separaciones extremadamente pequeñas [44].

Debido a este fenómeno de confinamiento, nuestro grupo propuso recientemente un nuevo mecanismo para la predicción de la respuesta reológica de suspensiones concentradas no-Brownianas de partículas esféricas lisas y rígidas [26], en donde la matriz de suspensión manifiesta una viscosidad dependiente de la rapidez de deformación y de la separación entre partículas,  $\eta(\dot{\gamma}, h)$ , a través de la combinación de la ecuación constitutiva del fluido bi-viscoso [46] más el efecto de confinamiento descrito en el párrafo anterior. Este nuevo modelo bi-viscoso con funcionalización (FBV, del inglés *Functionalised Bi-Viscous model*) integra los efectos de lubricación (que capturan los esfuerzos normales negativos) y una viscosidad aparente de la matriz que aumenta con el nivel de confinamiento entre pares de partículas cercanas. Para una explicación más detallada del modelo FBV, se invita al lector a revisar el trabajo de Rosales-Romero et al. (2024) [26]. Con este modelo, se ha logrado que la fuerza de lubricación que actúa sobre las partículas aumente, de tal manera que sea suficiente para promover tanto el CST como el DST de forma cualitativa, como se muestra en la Fig.7. Además, como no se recurre a las fuerzas por contacto, se predice que tanto  $N_1$  como  $N_2$  son negativas, como se observa en la Fig.8.

En este marco y para explicar estas respuestas reológicas, en la Fig.9 se compara la fuerza de lubricación con efecto de confinamiento,  $F_{lub}^{FBV}$ , contra la fuerza de lubricación Newtoniana (sin efecto de confinamiento),  $F_{lub}^{New}$ , con el aumento de la rapidez de corte impuesta en un flujo cor-

tante simple, de modo que se obtiene una fuerza relativa dada por  $F_{rel} = F_{lub}^{FBV} / F_{lub}^{New}$ . El mecanismo alternativo propuesto para la predicción del engrosamiento al corte discontinuo que se ilustra en la Fig.9 se explica a continuación:

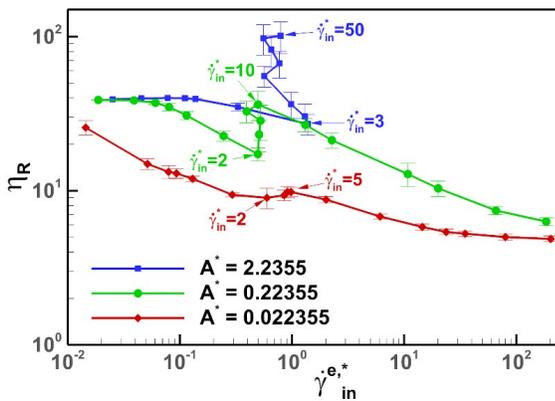


Figura 7. Curva de flujo. Viscosidad adimensional contra rapidez de corte adimensional. Predicciones de FBV: Con  $\Phi=0.48$ , incremento de la viscosidad por confinamiento adimensional,  $\Delta\eta^*=10$ , viscosidad aparente macroscópica,  $\eta_{bulk}=1$ , longitud adimensional en la cual se hace efectiva el confinamiento,  $L^*=1$ , y con la variación del parámetro adimensional para la rapidez de corte que controla el cambio entre la viscosidad aparente macroscópica y la viscosidad con efecto de confinamiento,  $A^*=\{0.022355, 0.22355, 2.2355\}$  [26]. Reprinted from Effects of confinement-induced non-Newtonian lubrication forces on the rheology of a dense suspension, 329, A. Rosales-Romero, A. Vázquez-Quesada, S. Prasanna-Kumar, J. López-Aguilar, M. Ellero, J. Non-Newtonian Fluid Mech., 105248, <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2024.105248>. Copyright (2024), with permission from Elsevier.

- a) El primer adelgazamiento al corte (a bajas rapidezces de corte) se origina de la transición de fuerzas relativas de entre  $4 \leq F_{rel} \leq 10$  a  $2 \leq F_{rel} \leq 4$ ; ver Fig.9a (derecha). Asimismo, el número de interacciones entre partículas, que se muestra como una densidad de pares interaccionando, aumenta levemente y la distancia entre partículas disminuye levemente; ver Fig.9a (izquierda).
- b) Con un aumento de la rapidez de corte impuesto sobre la suspensión, el engrosamiento al corte se desencadena cuando el número de interacciones aumenta de forma drástica, y, a la par, se mantiene una fuer-

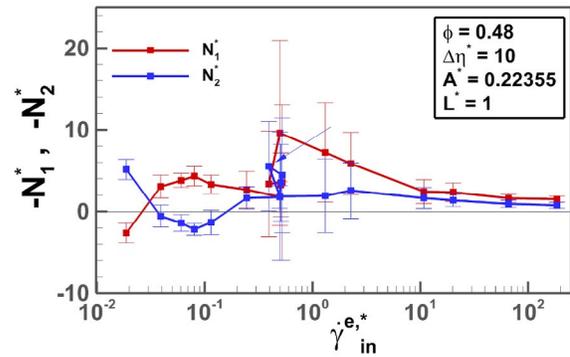
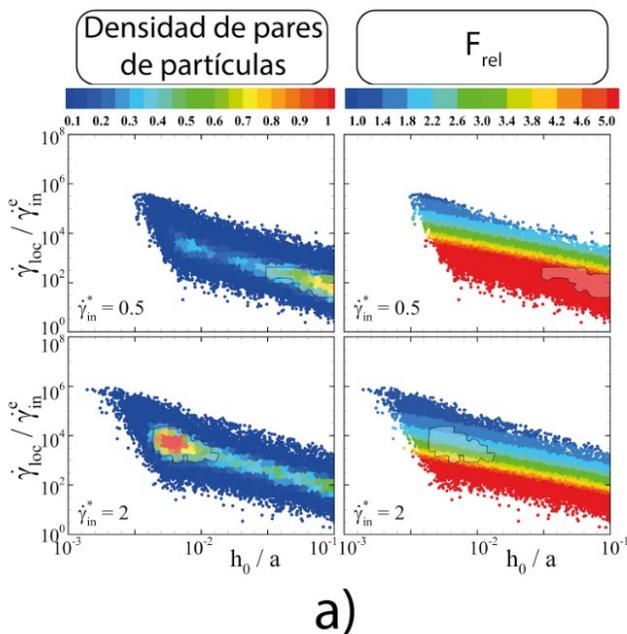


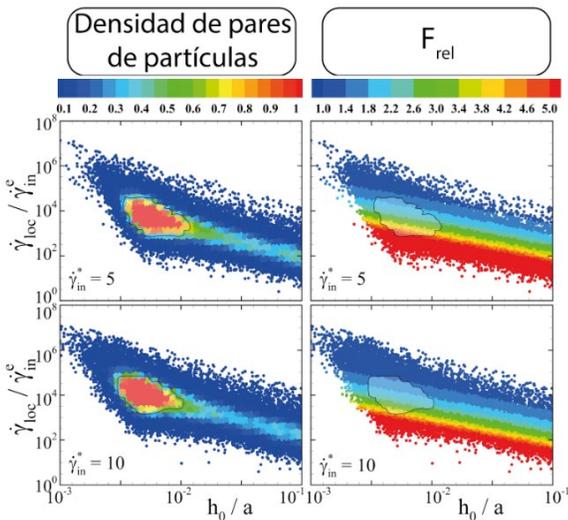
Figura 8. Primera y segunda diferencia de esfuerzos normales adimensionales contra rapidez de corte adimensional. Predicciones de FBV: Con  $\Phi=0.48$ , incremento de la viscosidad por confinamiento adimensional,  $\Delta\eta^*=10$ , viscosidad de bulo,  $\eta_{bulk}=1$ , longitud adimensional en la cual se hace efectiva el confinamiento,  $L^*=1$ , y con el parámetro adimensional para la rapidez de corte que controla el cambio entre la viscosidad de bulo y la viscosidad con efecto de confinamiento,  $A^*=0.22355$  [26]. Reprinted from Effects of confinement-induced non-Newtonian lubrication forces on the rheology of a dense suspension, 329, A. Rosales-Romero, A. Vázquez-Quesada, S. Prasanna-Kumar, J. López-Aguilar, M. Ellero, J. Non-Newtonian Fluid Mech., 105248, <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2024.105248>. Copyright (2024), with permission from Elsevier.

- za de lubricación aumentada en el rango  $2 \leq F_{rel} \leq 4$ ; ver Fig.9b (derecha). Durante este régimen se mantiene una distancia menor entre las partículas; ver Fig.9b (izquierda). La diferencia que desencadenan los dos tipos de engrosamiento al corte es: cuando se presenta el CST, el número de interacciones disminuye al aumentar aún más la rapidez de corte; en cambio, cuando se presenta el DST, el número de interacciones se mantiene aproximadamente constante.
- c) El segundo adelgazamiento al corte (a altas rapidezces de corte) se manifiesta cuando  $F_{rel} \approx 1$ , ilustrado en la Fig.9c (derecha), y el número de interacciones entre partículas decrece considerablemente, correspondientemente en Fig.9c (izquierda). En casos extremos del DST, cuando el número de interacciones no se reduce, tampoco se logra obtener este segundo adelgazamiento al corte (ver curva azul de la Fig. 7).

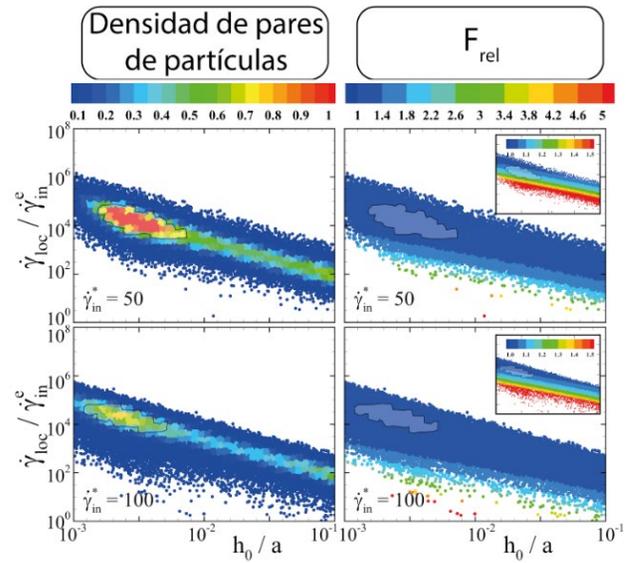
Estos resultados reportados recientemente por Rosales-Romero et al. (2024) [26] sobre la predicción computacional de la reología de suspensiones no-Brownianas de esferas rígidas y lisas representan uno de los últimos avances en la explicación, con base en un mecanismo alternativo tocando elementos esenciales de lubricación y tribología, de las diversas manifestaciones reológicas que acompañan el flujo de estos materiales.



a)



b)



c)

Figura 9. Densidad normalizada de interacciones entre pares de partículas (derecha) y fuerza relativa,  $F_{rel}$  (izquierda) usando el modelo FBV con: fracción de volumen,  $\Phi=0.48$ , incremento de la viscosidad por confinamiento adimensional,  $\Delta\eta^*=10$ , viscosidad de bulo,  $\eta_{bulk}^*=1$ , longitud adimensional en la cual se hace efectiva el confinamiento,  $L^*=1$ , y con la variación del parámetro adimensional para la rapidez de corte que controla el cambio entre la viscosidad de bulo y la viscosidad con efecto de confinamiento,  $A^*=0.22355$  [26]. Reprinted from Effects of confinement-induced non-Newtonian lubrication forces on the rheology of a dense suspension, 329, A. Rosales-Romero, A. Vázquez-Quesada, S. Prasanna-Kumar, J. López-Aguilar, M. Ellero, J. Non-Newtonian Fluid Mech., 105248, <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2024.105248>. Copyright (2024), with permission from Elsevier.

### ¿Qué queda por hacer?

Aunque el problema del flujo cortante simple de suspensiones no-Brownianas de esferas sólidas suspendidas en un fluido Newtoniano ha sido estudiado de forma extensa y muestra avances significativos en el entendimiento de la fenomenología y la física del problema, todavía no hay un consenso sobre un mecanismo último que explique la respuesta reológica de estos materiales. Además, existe una gran variedad de mezclas de partículas y fluidos no-Newtonianos que siguen sin ser explorados o han sido examinados escasamente. Por ejemplo: (i)

suspensiones con partículas no esféricas [47, 48] que pueden ser ovoides, bastones o amorfos, lisas o rugosas, rígidas o flexibles; (ii) sistemas con suspensiones polidispersas [49], es decir, con partículas con diferentes tamaños; (iii) suspensiones coloidales en las cuales se deben incluir fuerzas Brownianas que tiene un carácter estadístico/aleatorio [6]; (iv) describir teórica o computacionalmente los efectos de inestabilidad como el flujo bandeado en la dirección de la vorticalidad [10, 11]; (v) suspensiones con matrices viscoelásticas, como pueden ser fluidos de Boger (fluidos viscoelásticos con viscosidad de corte constante) [50, 51]; y (vi) efectos del alineamiento [52].

## Agradecimientos

JEL-A agradece el soporte al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (CONAHCYT, México-proyecto número CF-2023-I-318-Reología computacional de fluidos complejos: determinación de propiedades reológicas extensionales de mucosa y generación de biomarcadores para la prevención y tratamiento de enfermedades respiratorias (COVID-19 y EPOC)), a la UNAM (proyectos número DGAPA-PAPIIT IN106424 y PAIP 5000-9172 Facultad de Química); y al Laboratorio Nacional de Cómputo de Alto Desempeño UNAM (grant number LANCAD-UNAM-DGTIC-388), por el tiempo computacional provisto en la supercomputadora *Miztli*. AR-R agradece al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (CONAHCYT, México) por la beca (CVU 778830) para financiar sus estudios de doctorado. ME agradece el apoyo financiero a través del programa BERC 2022–2025 y de la Agencia de Investigación del Estado Español a través de la Acreditación de Excelencia BCAM Severo Ochoa CEX2021-001142-S/MICIN/AEI /10.13039/501100011033.

ME y AV-Q agradecen el apoyo financiero a través del proyecto PID2020-117080RB-C55 ('Microscopic foundations of soft-matter experiments: computational nano- hydrodynamics') con acrónimo 'Compu-Nano-Hydro', y del proyecto PID2020-117080RB-C54 ('Coarse-Graining theory and experimental techniques for multiscale biological systems') patrocinados ambos por AEI – MICIN.

## Referencias

- [1] A. Fall, A. Lemaitre, G. Ovarlez, Discontinuous shear thickening in cornstarch suspensions, EPJ Web of Conferences 140 (2017) 09001–4.
- [2] E. Guazzelli, O. Pouliquen, Rheology of dense granular suspensions, J. Fluid Mech. 852 (2018) 10.1017.
- [3] P. Bourriane, V. Niggel, G. Polly, T. Divoux, G. McKinley, Unifying disparate experimental views on shear-thickening suspensions, Soft Condens. Matter (2020).
- [4] J. Stickel, R. Powell, Fluid mechanics and rheology of dense suspensions, Annu. Rev. Fluid Mech. 37 (2005) 129–149.
- [5] J. Lewis, Direct-write assembly of ceramics from colloidal inks, Curr. Opin. Solid State Mater. Sci. 6 (2002) 245–250.
- [6] N. Wagner, J. Brady, Shear thickening in colloidal dispersions, Phys. Today 62 (2009) 27–32.
- [7] X. Zhang, W. Li, X. Gong, The rheology of shear thickening fluid (STF) and the dynamic performance of an STF-filled damper, Smart Mater. Struct. 17 (2008) 035027.
- [8] E. Brown, N. Forman, C. Orellana, H. Zhang, B. Maynor, D. Betts, J. DeSimone, H. Jaeger, Generality of shear thickening in dense suspensions, Nature Mater 9 (2010) 220–224.
- [9] R. Seto, G. Giusteri, Normal stress differences in dense suspensions, J. Fluid Mech. 857 (2018) 200–215.
- [10] B. Saint-Michel, T. Gibaud, S. Manneville, Uncovering instabilities in the spatiotemporal dynamics of a shear-thickening cornstarch suspension, Phys. Rev. X 8 (2018) 031006.
- [11] M. Hermes, B. Guy, W. Poon, G. Poy, M. Cates, M. Wyart, Unsteady flow and particle migration in dense, non-Brownian suspensions, J. Rheol. 60 (2016) 905.
- [12] F. Morrison, Understanding rheology, Oxford University Press, 2001.
- [13] R. Bird, R. Armstrong, O. Hassager, Dynamics of polymeric liquids, Vol. 1, John Wiley & Sons, 1987.
- [14] H. Barnes, J. Hutton, K. Walters, An introduction to rheology, Elsevier, 1989.
- [15] M. Denn, J. Morris, Rheology of non-Brownian suspensions, Annu. Rev. Chem. Biomol. Eng. 5 (2014) 203–228.
- [16] D. Verrelli and A.R. Kilcullen, Normal Stress differences and yield stresses in attractive particle networks, Adv. Condens. Matter Phys., 2016 (2016), 1716598.
- [17] A. Einstein, Eineneue bestimmung der moleküldimensionen, Ann. Phys. 324 (1906) 289–306.
- [18] G. Batchelor, The stress system in a suspension of force-free particles, J. Fluid Mech. 41 (1970) 545–570.

- [19] B. Guy, M. Hermes, W. Poon, Towards a unified description of the rheology of hard-particle suspensions, *Phys. Rev. Lett.* 115 (2015) 088304.
- [20] M. Smith, R. Besseling, M. Cates, Dilatancy in the flow and fracture of stretched colloidal suspensions, *Nat. Commun.* 1 (2010) 114.
- [21] I. Zarraga, D. Hill, D. Leighton Jr., The characterization of the total stress of concentrated suspensions of noncolloidal spheres in Newtonian fluids, *J. Rheol.* 44 (2000) 185–220.
- [22] C. Ness, R. Seto, R. Mari, The physics of dense suspensions, *Annu. Rev. Condens. Matter Phys.* 13 (2022) 97–117.
- [23] E. Brown, H. Jaeger, Shear thickening in concentrated suspensions: phenomenology, mechanisms, and relations to jamming, *Rep. Prog. Phys.* 77 (2014) 046602.
- [24] R. Mari, R. Seto, J. Morris, M. Denn, Discontinuous shear thickening in Brownian suspensions by dynamic simulation, *Proc. Natl. Acad. Sci.* 112 (2015) 15326–15330.
- [25] M. Maxey, Simulation methods for particulate flows and concentrated suspensions, *Annu. Rev. Fluid Mech.* 49 (2017) 171–193.
- [26] A. Rosales-Romero, A. Vázquez-Quesada, S. Prasanna-Kumar, J. López-Aguilar, M. Ellero, Effects of confinement-induced non-Newtonian lubrication forces on the rheology of a dense suspension, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 329 (2024) 105248.
- [27] E. Andrade, J. Fox, The mechanism of dilatancy, *Proc. Phys. Soc. B* 62 (1949) 483.
- [28] R. Hoffman, Discontinuous and dilatant viscosity behavior in concentrated suspensions. I. Observation of a flow instability, *Trans. Soc. Rheol.* 16 (1972) 155.
- [29] A. Metzner, M. Whitlock, Flow behavior of concentrated (dilatant) suspensions, *T. Soc. Rheol.* 2 (1958) 239–254.
- [30] J. Brady, G. Bossis, The rheology of concentrated suspensions of spheres in simple shear flow by numerical simulation, *J. Fluid Mech.* 155 (1985) 105–129.
- [31] R. Seto, R. Mari, J. Morris, M. Denn, Discontinuous shear thickening of frictional hard-sphere suspensions, *Phys. Rev. Lett.* 111 (2013) 218301.
- [32] R. Mari, R. Seto, J. Morris, M. Denn, Shear thickening frictionless and frictional rheologies in non-Brownian suspensions, *J. Rheol.* 58 (6) (2014) 1693–1724.
- [33] C. Clavaud, A. Bérut, B. Metzger, Y. Forterre, Revealing the frictional transition in shear-thickening suspensions, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* 114 (20) (2017) 5147–5152.
- [34] A. Colin, A. Le, A. Izzet, G. Ovarlez, Solvents govern rheology and jamming of polymeric bead suspensions, *J. Colloid Interface Sci.* 629 (2023) 438–450.
- [35] M. Wyart, M. Cates, Discontinuous shear thickening without inertia in dense non-Brownian suspensions, *Phys. Rev. Lett.* 112 (2014) 098302.
- [36] B. Guy, J. Richards, D. Hodgson, E. Blanco, W. Poon, Constraint-based approach to granular dispersion rheology, *Phys. Rev. Lett.* 121 (2018) 128001.
- [37] N. Lin, C. Ness, M. Cates, J. Sun, I. Cohen, Tunable shear thickening in suspensions, *Proc. Natl. Acad. Sci.* 113 (2016) 10774–10778.
- [38] J. Morris, Lubricated-to-frictional shear thickening scenario in dense suspensions, *Phys. Rev. Fluids* 3 (2018) 110508.
- [39] R. More, A. Ardekani, Unifying disparate rate-dependent rheological regimes in non-Brownian suspensions, *Phys. Rev. E* 103 (2021) 062610.
- [40] J. Ruiz-Lopez, S. Prasanna Kumar, A. Vazquez-Quesada, J. de Vicente, E. Marco, Tribological variable-friction coefficient models for the simulations of dense suspensions of rough poly-disperse particles, *J. Rheol.* 67 (2023) 541–558.
- [41] H. Barnes, Shear thickening (“dilatancy”) in suspensions of non-aggregating solid particles dispersed in Newtonian liquids, *J. Rheol.* 33 (1989) 329–366.
- [42] J. Brady, G. Bossis, Stokesian dynamics, *Annu. Rev. Fluid Mech.* 20 (1988) 111–157.
- [43] J. Klein, E. Kumacheva, Confinement-induced phase transitions in simple liquids, *Science* 269 (1995) 816–819.
- [44] G. Luengo, J. Israelachvili, S. Granick, Generalized effects in confined fluids: new friction map for boundary lubrication, *Wear* 200 (1996) 328–335.
- [45] G. Luengo, F. Schmitt, R. Hill, J. Israelachvili, Thin film rheology and tribology of confined polymer melts: contrasts with bulk properties, *Macromolecules* 30 (1997) 2482–2494.
- [46] A. Vázquez-Quesada, M. Ellero, Analytical solution for the lubrication force between two spheres in a bi-viscous fluid, *Phys. Fluids* 28 (2016) 073101.
- [47] E. Bertevas, X. Fan, R. Tanner, Simulation of the rheological properties of suspensions of oblate spheroidal particles in a Newtonian fluid, *Rheol. Acta* 49 (2009) 53–73.
- [47] A. Kumar, M. Graham, Margination, and segregation in confined flows of blood and other multicomponent suspensions, *Soft Matter* 8 (2012) 10536.
- [49] S. Pednekar, J. Chun, J. Morris, Bidisperse and polydisperse suspension rheology at large solid fraction, *J. Rheol.* 62 (2018) 513–526.
- [50] R. Scirocco, J. Vermant, J. Mewis, Shear thickening in filled Boger fluids, *J. Rheol.* 16 (2020) 9519.
- [51] S. Dai, R. Tanner, Rheology of non-colloidal suspensions with viscoelastic matrices, *Soft Matter* 16 (2020) 9519.
- [52] G. D’Avino, F. Greco, P. Maffettone, Particle migration due to viscoelasticity of the suspending liquid and its relevance in microfluidic devices, *Annu. Rev. Fluid Mech.* 49 (2017) 341–360.